

**9.1**  $P(\text{pääsi kokeesta läpi}) = \frac{981}{1013} \approx 0,968$

- a) Lasketaan, kuinka monta kokelasta kokeeseen osallistui yhteensä.

$$63 + 151 + 186 + 249 + 228 + 104 + 32 = 1013$$

Arvosanan L sai 63 kokelasta.

Lasketaan, millä todennäköisyydellä sattumanvaraisesti valittu kokelas sai arvosanan L.

$$P(\text{arvosana L}) = \frac{63}{1013} \approx 0,0622$$

- b) Kokelas pääsee kokeesta läpi, jos hän saa arvosanan A, B, C, M, E tai L. Lasketaan, kuinka moni kokelas sai jonkun näistä arvosanoista.

$$63 + 151 + 186 + 249 + 228 + 104 = 981$$

Lasketaan tapahtuman ”kokelas pääsi kokeesta läpi” todennäköisyys.

- c) Kokelas saa vähintään arvosanan M, jos hän saa arvosanan M, E tai L. Lasketaan, kuinka moni kokelas sai jonkun näistä arvosanoista.

$$63 + 151 + 186 = 400$$

Lasketaan tapahtuman ”kokelas sai vähintään arvosanan M” todennäköisyys.

$$P(\text{vähintään arvosana M}) = \frac{400}{1013} \approx 0,395$$

**Vastaus**

- a) 0,0622  
b) 0,968  
c) 0,395

## 9.2

- a) De Buffonin kokeessa kolikkoa heitettiin kaikkiaan 4040 kertaa ja heitoista 2048 oli kruunia.

Lasketaan, millä todennäköisyydellä heiton tulos oli kruuna.

$$P(\text{kruuna}) = \frac{2048}{4040} \approx 0,507$$

- b) Pearsonin kokeessa kolikkoa heitettiin kaikkiaan 12 000 kertaa ja heitoista 6019 oli kruunia.

Lasketaan, millä todennäköisyydellä heiton tulos oli kruuna.

$$P(\text{kruuna}) = \frac{6019}{12000} \approx 0,502$$

Tulokset eivät ole ristiriidassa klassisen todennäköisyyden

$P(\text{kruuna}) = \frac{1}{2}$  kanssa, vaan tukevat symmetriaoletukseen perustuvaa klassista todennäköisyyttä. Näyttää siltä, että kun koesarjan heittojen määrää lisätään, kruunien suhteellinen osuus lähenee arvoa 0,5.

### Vastaus

- a) 0,507  
b) 0,502

## 9.3

- a) Taulukon mukaan 996:sta 20-vuotiaasta naisesta 954 elää vähintään 60-vuotiaaksi.

Lasketaan tapahtuman ”20-vuotias nainen elää vähintään 60-vuotiaaksi” todennäköisyys.

$$P(\text{elää vähintään 60-vuotiaaksi}) = \frac{954}{996} \approx 0,958$$

- b) Taulukon mukaan 996:sta 20-vuotiaasta naisesta 378 elää vähintään 90-vuotiaaksi. Siis ennen 90 vuoden ikää heistä kuolee  $996 - 378 = 618$ .

Lasketaan tapahtuman ”20-vuotias nainen ei saavuta 90 vuoden ikää” todennäköisyys.

$$P(\text{ei saavuta 90 vuoden ikää}) = \frac{618}{996} \approx 0,620$$

### Vastaus

- a) 0,958  
b) 0,620

## 9.4

- a) Tilastoituja tapauksia oli kaikkiaan  $34 + 93 + 181 + 52 = 360$ .

Lehti saapui kello 5:n ja kello 7:n välillä, jos se saapui joko aikavälillä 5–6 tai 6–7. Lehti saapui tällä aikavälillä  $93 + 181 = 274$  kertaa.

Lasketaan tapahtuman ”lehti saapui kellon 5:n ja 7:n välillä” todennäköisyys.

$$P(\text{lehti saapui kellon 5:n ja 7:n välillä}) = \frac{274}{360} \approx 0,761$$

- b) Lehti saapui kello 6:n jälkeen  $181 + 52 = 233$  tapauksessa.

Näistä kerroista lehti saapui kello 7:ään mennessä 181 kertaa

Lasketaan tapahtuman  $A$ : ”lehti saapuu kello 7:ään mennessä, jos se ei ole saapunut kello 6:een mennessä” todennäköisyys.

$$P(A) = \frac{181}{233} \approx 0,777$$

### Vastaus

a) 0,761

b) 0,777

## 9.5

- a) Lukiolainen syö aamupalaa vähintään kerran viikossa, jos hän syö aamupalan 1–2 päivänä, 3–4 päivänä tai 5 päivänä.

Lukiolaisista näin tekee  $12 \% + 16 \% + 65 \% = 93 \%$ .

$$P(\text{aamupala vähintään kerran viikossa}) = 93 \% = 0,93$$

- b) Kaikista lukiolaisista aamupalaa vähintään kerran viikossa syö  $93 \%$ . Aamupalan syö viitenä päivänä viikossa  $65 \%$  lukiolaisista.

Lasketaan tapahtuman  $A$ : ”aamupalan syövä lukiolainen syö aamupalaa viitenä päivänä viikossa” todennäköisyys.

$$P(A) = \frac{65 \%}{93 \%} \approx 0,70$$

### Vastaus

a) 0,93

b) 0,70

## 9.6

- a) Satunnaisesti valitun suomalaisen veriryhmä on AB, jos se on joko AB+ tai AB-. Lasketaan, kuinka suurella osuudella suomalaisista veriryhmä on AB.

$$7 \% + 1 \% = 8 \%$$

Siis satunnaisesti valitun suomalaisen veriryhmä on AB todennäköisyydellä

$$P(AB) = 8\% .$$

- b) Satunnaisesti valitun suomalaisen veriryhmä on A tai B, jos se on A+, A-, B+ tai B-. Lasketaan, kuinka suurella osuudella suomalaisista veriryhmä on A tai B.

$$35 \% + 6 \% + 16 \% + 2 \% = 59\%$$

Siis satunnaisesti valitun suomalaisen veriryhmä on A tai B todennäköisyydellä

$$P(A \text{ tai } B) = 59\% .$$

- c) Satunnaisesti valitun suomalaisen veriryhmä on reesusnegatiivinen, jos se on A-, B-, AB- tai O-. Lasketaan, kuinka suurella osuudella suomalaisista veriryhmä on reesusnegatiivinen.

$$6 \% + 2 \% + 1 \% + 5 \% = 14\%$$

Siis satunnaisesti valitun suomalaisen veriryhmä on reesusnegatiivinen todennäköisyydellä

$$P(\text{reesusnegatiivinen}) = 14\% .$$

### Vastaus

- a) 8 %   b) 59 %   c) 14 %

## 9.7

- a) Espanjassa syntyy 107 poikavauvaa kohden yhteensä  
 $100 + 107 = 207$  vauvaa.

Lasketaan tapahtuman ”syntyvä vauva on poika” todennäköisyys.

$$P(\text{vauva on poika}) = \frac{107}{207} \approx 0,517$$

- b) Suomessa syntyvä vauva on poika todennäköisyydellä 0,511, joten Suomessa syntyvistä vauvoista 51,1 % on poikia.

Merkitään 100 tyttövauvaa kohden yhteensä syntyneiden poikavauvojen lukumäärää kirjaimella  $x$ .

Vauvoja syntyy yhteensä  $x + 100$  ja tästä määrästä 51,1 % on poikavauvojen määrä  $x$ . Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$0,511(x + 100) = x \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$x \approx 104$$

Suomessa 100 tyttövauvaa kohden syntyy 104 poikavauvaa.

### Vastaus

- a) 0,517   b) 104

## 9.8

a) Tutkittuja tapauksia oli 1000.

Projektorin lamppu kesti alle 3000 tuntia  $142 + 462 = 604$  tapauksessa.

Lasketaan tapahtuman ”lamppu kestää alle 3000 tuntia” todennäköisyys.

$$P(\text{lamppu kestää alle 3000 tuntia}) = \frac{604}{1000} \approx 0,604$$

Lasketaan, kuinka monessa tapauksessa projektorin lamppu kesti yli 2000 tuntia.

$$462 + 238 + 79 + 56 + 23 = 858$$

Lasketaan tapahtuman ”lamppu kestää yli 2000 tuntia” todennäköisyys.

$$P(\text{lamppu kestää yli 2000 tuntia}) = \frac{858}{1000} \approx 0,858$$

b) Lampuista 858 kesti vähintään 2000 tuntia.

Jos lamppu on jo kestänyt 2000 tuntia, se kestää vielä vähintään 2000 tuntia lisää, jos sen kestoikä on vähintään 4000 tuntia. Lampuista vähintään 4000 tuntia kesti  $79 + 56 + 23 = 158$  lamppua.

Lasketaan tapahtuman  $A$ : ”lamppu kestää vielä vähintään 2000 tuntia, jos se on kestänyt jo 2000 tuntia” todennäköisyys.

$$P(A) = \frac{158}{858} \approx 0,184$$

### Vastaus

a) alle 3000 tuntia todennäköisyydellä 0,604;  
vähintään 2000 tuntia todennäköisyydellä 0,858

b) 0,184



## 9.9

- a) Suomalaisia on tilaston mukaan yhteensä 5 525 292. Ruotsia äidinkielenään puhuu 287 954.

Muodostetaan lauseke tapahtuman ”äidinkieli on ruotsi” todennäköisyydelle.

$$P(\text{äidinkieli on ruotsi}) = \frac{287954}{5252292}$$

Oikea vastausvaihtoehto on 6.

- b) Suomalaisia on tilaston mukaan yhteensä 5 525 292. Muuta kieltä kuin suomea puhuu äidinkielenään  $287954 + 2004 + 412644 = 702602$ .

Muodostetaan lauseke tapahtuman ”äidinkieli ei ole suomi” todennäköisyydelle.

$$P(\text{äidinkieli ei ole suomi}) = \frac{702602}{5252292}$$

Oikea vastausvaihtoehto on 3.

- c) Muuta kieltä kuin suomea puhuu äidinkielenään  $287954 + 2004 + 412644 = 702602$  suomalaista. Heistä 2004 puhuu saamea äidinkielenään.

Muodostetaan lauseke tapahtuman A: ”äidinkieli on saame, kun tiedetään, ettei äidinkieli ole suomi” todennäköisyydelle.

$$P(A) = \frac{2004}{702602}$$

Oikea vastausvaihtoehto on 1.

- d) Muuta kieltä kuin ruotsia puhuu äidinkielenään  
 $4822690 + 2004 + 412644 = 5237338$  suomalaista. Heistä  
 $2004 + 412644 = 414648$  puhuu muuta kuin suomea äidinkielenään.

Muodostetaan lauseke tapahtuman  $A$ : ”äidinkieli ei ole suomi, kun tiedetään, ettei äidinkieli ole ruotsi” todennäköisyydelle.

$$P(A) = \frac{414648}{5237338}$$

Oikea vastausvaihtoehto on 5.

### Vastaus

- a) 6
- b) 3
- c) 1
- d) 5

## 9.10

Tehtävän laatija sai seuraavan tilaston.

Ylöspäin	Alaspäin
31	19

Nastaa heitettiin yhteensä 50 kertaa.

Lasketaan tapahtuman ”piikki ylöspäin” todennäköisyys.

$$P(\text{piikki ylöspäin}) = \frac{31}{50} = 0,62$$

Huomaa, että todennäköisyys riippuu saadusta tilastosta.

## 9.11

- a) Lasketaan, kuinka monta kokelasta kokeeseen osallistui yhteensä.  
 $800 + 2021 + 1965 + 1988 + 1493 + 603 + 126 = 8996$

Arvosanan E sai 2021 kokelasta.

Lasketaan, millä todennäköisyydellä sattumanvaraisesti valittu kokelas sai arvosanan E.

$$P(\text{arvosana E}) = \frac{2021}{8996} \approx 0,225$$

- b) Kokelas saa vähintään arvosanan E, jos hän saa arvosanan E tai L.  
Lasketaan, kuinka moni kokelas sai jonkun näistä arvosanoista.  
 $800 + 2021 = 2821$

Lasketaan tapahtuman ”kokelas sai vähintään arvosanan E” todennäköisyys.

$$P(\text{vähintään arvosana M}) = \frac{2821}{8996} \approx 0,314$$

- c) Kokelas saa enintään arvosanan E, jos hän saa arvosanan E, M, C, B, A tai I. Lasketaan, kuinka moni kokelas sai jonkun näistä arvosanoista.  
 $2021 + 1965 + 1988 + 1493 + 603 + 126 = 8196$

Tämän voi laskea myös vähentämällä kokelaiden lukumäärästä arvosanan L saaneiden lukumäärän.

Lasketaan tapahtuman ”kokelas sai enintään arvosanan E” todennäköisyys.

$$P(\text{enintään arvosana E}) = \frac{8196}{8996} \approx 0,911$$

### Vastaus

- a) 0,225  
b) 0,314  
c) 0,911

## 9.12

- a) Taulukon mukaan 1000 vastasyntyneestä miehestä 580 elää vähintään 80-vuotiaaksi.

Lasketaan tapahtuman ”vastasyntynyt mies elää vähintään 80-vuotiaaksi” todennäköisyys.

$$P(\text{mies elää vähintään 80-vuotiaaksi}) = \frac{580}{1000} = 0,580$$

Taulukon mukaan 1000 vastasyntyneestä naisesta 749 elää vähintään 80-vuotiaaksi.

Lasketaan tapahtuman ”vastasyntynyt nainen elää vähintään 80-vuotiaaksi” todennäköisyys.

$$P(\text{nainen elää vähintään 80-vuotiaaksi}) = \frac{749}{1000} = 0,749$$

- b) Taulukon mukaan 580:sta 80-vuotiaasta miehestä 215 elää vähintään 90-vuotiaaksi. Siis ennen 90 vuoden ikää heistä kuolee  $580 - 215 = 365$ .

Lasketaan tapahtuman ”80-vuotias mies ei elä 90-vuotiaaksi” todennäköisyys.

$$P(80-vuotias mies ei elä 90-vuotiaaksi) = \frac{365}{580} \approx 0,629$$

Taulukon mukaan 749:sta 80-vuotiaasta naisesta 378 elää vähintään 90-vuotiaaksi. Siis ennen 90 vuoden ikää heistä kuolee  $749 - 378 = 371$ .

Lasketaan tapahtuman ”80-vuotias nainen ei elä 90-vuotiaaksi” todennäköisyys.

$$P(80-vuotias nainen ei elä 90-vuotiaaksi) = \frac{371}{749} \approx 0,495$$

- c) Jos 60-vuotiaan jäljellä oleva elinikä on enemmän kuin 20 mutta vähemmän kuin 30 vuotta, 60-vuotias elää 80-vuotiaaksi, muttei 90-vuotiaaksi.

Taulukon mukaan 909:sta 60-vuotiaasta miehestä 580 elää vähintään 80-vuotiaaksi ja heistä 215 elää vähintään 90-vuotiaaksi. Siis ikävuosien 80 ja 90 vuotta välillä heistä kuolee  $580 - 215 = 365$ .

Lasketaan tapahtuman  $A$ : ”60-vuotiaan miehen jäljellä oleva elinikä on enemmän kuin 20 mutta vähemmän kuin 30 vuotta” todennäköisyys.

$$P(A) = \frac{365}{909} \approx 0,402$$

Taulukon mukaan 954:sta 60-vuotiaasta naisesta 749 elää vähintään 80-vuotiaaksi ja heistä 378 elää vähintään 90-vuotiaaksi. Siis ikävuosien 80 ja 90 vuotta välillä heistä kuolee  $749 - 378 = 371$ .

Lasketaan tapahtuman  $B$ : ”60-vuotiaan naisen jäljellä oleva elinikä on enemmän kuin 20 mutta vähemmän kuin 30 vuotta” todennäköisyys.

$$P(A) = \frac{371}{954} \approx 0,389$$

### Vastaus

- a) mies: 0,580; nainen: 0,749  
b) mies: 0,629; nainen: 0,495  
c) mies: 0,402; nainen: 0,389

## 9.13

- a) Satunnaisesti valittu suomalainen käyttää alkoholia vähintään pari kertaa viikossa, jos hän käyttää alkoholia vähintään 4 kertaa viikossa tai pari kertaa viikossa.

Tilastokuvion perusteella miehistä noin 28 % kuuluu näihin luokkiin. Todennäköisyys tapahtumalle  $A$ : ”satunnaisesti valittu mies käyttää alkoholia vähintään pari kertaa viikossa” on  $P(A) = 0,28$ .

Tilastokuvion perusteella naisista noin 12 % kuuluu näihin luokkiin. Todennäköisyys tapahtumalle  $B$ : ”satunnaisesti valittu nainen käyttää alkoholia vähintään pari kertaa viikossa” on  $P(B) = 0,12$ .

- b) Suomalaisista miehistä alkoholia käyttää noin  $100 \% - 12 \% = 88 \%$ .

Suomalaisista miehistä alkoholia käyttää mutta korkeintaan kerran viikossa  $72 \% - 12 \% = 60 \%$ .

Lasketaan tapahtuman  $C$ : ”satunnaisesti valittu mies käyttää alkoholia korkeintaan kerran viikossa, jos hän käyttää alkoholia” todennäköisyys.

$$P(C) = \frac{60 \%}{88 \%} \approx 0,68$$

Suomalaisista miehistä alkoholia käyttää noin  $100 \% - 14 \% = 86 \%$ .

Suomalaisista naisista alkoholia käyttää mutta korkeintaan kerran viikossa  $88 \% - 14 \% = 74 \%$ .

Lasketaan tapahtuman  $D$ : ”satunnaisesti valittu nainen käyttää alkoholia korkeintaan kerran viikossa, jos hän käyttää alkoholia” todennäköisyys.

$$P(D) = \frac{74 \%}{86 \%} \approx 0,86$$

### Vastaus

a) mies: 0,28; nainen: 0,12

b) mies: 0,68; nainen: 0,86

Kuvaajasta on vaikea arvioida osuuksia tarkasti. Riittää, että vastauksen suuruusluokka on likimain oikea.

## 9.14

- a) Lasketaan, kuinka monta ylioppilaita oli yhteensä.

$$463 + 2596 + 4823 + 18361 = 26\,243$$

Ylioppilaista 4823 jatkoi heti lukion jälkeen opintoja yliopistossa.

Lasketaan, millä todennäköisyydellä satunnaisesti valittu ylioppilas jatkoi opintojaan yliopistossa.

$$P(\text{yliopisto}) = \frac{4823}{26243} \approx 0,184 = 18,4\%$$

- b) Ylioppilaista 463 jatkoi heti lukion jälkeen opintojaan ammatillisessa koulutuksessa ja 2596 ammattikorkeakoulussa. Yhteensä näihin jatkoi  $463 + 2596 = 3059$  ylioppilasta.

Lasketaan, millä todennäköisyydellä satunnaisesti valittu ylioppilas jatkoi opintoja ammatillisessa koulutuksessa tai ammattikorkeakoulussa.

$$P(\text{ammatillinen koulutus tai AMK}) = \frac{3059}{26243} \approx 0,117 = 11,7\%$$

### Vastaus

a) 18,4 %

b) 11,7 %



## 9.15

Toukokuussa on 31 päivää. Mikkelissä sataa toukokuussa keskimäärin 8 päivänä. Päiviä, jolloin ei sada, on siis keskimäärin  $31 - 8 = 23$ .

Todennäköisyys, ettei äitienpäivänä sada, on sama kuin todennäköisyys, ettei satunnaisesti valittuna päivänä sada.

Lasketaan tapahtuman ”äitienpäivänä ei sada” todennäköisyys.

$$P(\text{äitienpäivänä ei sada}) = \frac{23}{31} \approx 0,742$$

**Vastaus**

0,742

## 9.16

- a) Tutkitussa erässä oli 400 lautaa. Virheettömien eli A-laadun lautojen lukumäärä saadaan selville, kun vähennetään tutkittujen lautojen lukumäärästä virheellisten lautojen lukumäärä ja B-laatuisten lautojen lukumäärä.

$$400 - 8 - 56 = 336$$

Lasketaan tapahtuman ”lauta on A-laatua” todennäköisyys.

$$P(\text{lauta on A-laatua}) = \frac{336}{400} = 0,84$$

- b) Lauta kelpaa myyntiin, jos se on A-laadun tai B-laadun lauta. Tällaisia lautoja erässä oli  $336 + 56 = 392$  kappaletta

Lasketaan tapahtuman ”lauta kelpaa myyntiin” todennäköisyys.

$$P(\text{lauta kelpaa myyntiin}) = \frac{392}{400} = 0,98$$

- c) Todennäköisyys, että lauta kelpaa myyntiin, on 0,98. Voidaan siis ennakoida, että 10 000 laudan erästä 98 % kelpaa myyntiin.

$$0,98 \cdot 10000 = 9800$$

Voidaan ennakoida, että 10 000 laudan erästä 9800 kelpaa myyntiin.

### Vastaus

- a) 0,84
- b) 0,98
- c) 9800

## 9.17

- a) Lasketaan yksityisten palkansaajien lukumäärä.

$$1917 + 1711 + 702 + 221 + 81 + 61 + 31 = 4724 \text{ (tuhatta henkeä)}$$

Palkansaajista  $61 + 31 = 92$  (tuhannen hengen) tulot olivat yli 100 000 €.

Lasketaan, millä todennäköisyydellä satunnaisesti valitun palkansaajan tulot ovat yli 100 000 €.

$$P(\text{tulot yli } 100000 \text{ €}) = \frac{92}{4724} \approx 0,0195$$

- b) Palkansaajan tulot ovat vähintään 40 000 € mutta alle 80 000 €, jos hänen tuloluokkansa on 40 000–59 999 € tai 60 000–79 999 €.

Tällaisia palkansaajia on  $702 + 221 = 923$  (tuhatta henkeä).

Lasketaan, millä todennäköisyydellä satunnaisesti valitun palkansaajan tulot ovat vähintään 40 000 € mutta alle 80 000 €.

$$P(\text{tulot yli } 40000 \text{ €, mutta alle } 80000 \text{ €}) = \frac{923}{4724} \approx 0,195$$

- c) Vähintään 20 000 € ansaitsee

$$1711 + 702 + 221 + 81 + 61 + 31 = 2807 \text{ (tuhatta henkeä)}.$$

Heistä  $1711 + 702 = 2413$  (tuhatta henkeä) ansaitsee alle 60 000 €.

Lasketaan, millä todennäköisyydellä sattumanvaraisesti valitun vähintään 20 000 € ansaitsevan palkansaajan tulot ovat alle 60 000 €.

$P(\text{tulot alle } 60000 \text{ €, kun ansaitsee vähintään } 20000 \text{ €})$

$$= \frac{2413}{2807} \approx 0,860$$

### Vastaus

a) 0,0195

b) 0,195

c) 0,860

## 9.18

- a) Lasketaan niiden autojen lukumäärä, joilla ajettiin vähintään 30 000 km ennen ensimmäistä vikaa.

$$72 + 57 = 129$$

Lasketaan, millä todennäköisyydellä satunnaisesti valitulla autolla voi ajaa vähintään 30 000 km ennen ensimmäisen vian ilmentymistä.

$$P(\text{vähintään } 30\,000 \text{ km}) = \frac{129}{500} = 0,258$$

- b) Autoja, jotka toimivat moitteetta ensimmäiset 10 000 km, on yhteensä  $81 + 130 + 72 + 57 = 340$ .

Jos auto toimii moitteetta myös seuraavat 20 000 km, on auto toiminut moitteetta yhteensä 30 000 km. Näitä autoja on 129.

Lasketaan tapahtuman  $A$ : ”Sattumanvaraisesti valittu auto, joka on toiminut moitteetta 10 000 km, toimii moitteetta vielä 20 000 km” todennäköisyys.

$$P(A) = \frac{129}{340} \approx 0,378$$

### Vastaus

a) 0,258

b) 0,379

## 9.19

- a) Todennäköisyydet eivät ole samoja kaikille, vaan henkilökohtaisiin todennäköisyyksiin vaikuttavat elinolot, asuinpaikka ym. Esimerkiksi liikennelentokoneen onnettomuudessa kuolee todennäköisemmin ihminen, joka käyttää liikennelentokoneita, kuin ihminen, joka ei koskaan matkusta lentokoneella. Pyörremyrskyn takia kuolee todennäköisemmin ihminen, joka asuu tai oleskelee esimerkiksi Mississippin alankoalueilla, kuin ihminen, joka asuu ja oleskelee Alaskassa.

Taulukon lukuarvot ilmaisevat, millä todennäköisyydellä kuolleiden joukosta satunnaisesti valitulla henkilöllä on ko. kuolinsyy. Toisaalta todennäköisyydet ovat ennusteita kyseisten kuolinsyiden osuudelle kaikista kuolinsyistä.

- b) Todennäköisyys perustuu arvioihin asteroidin tai komeetan maahan törmäämisen todennäköisyydestä ja törmäyksen aiheuttamasta tuhosta. Vaikka törmäyksen todennäköisyys on pieni, sen aiheuttama kuolonuhrien määrä olisi suuri.
- c) Eri aineiden sallittuja pitoisuusrajoja määrittäessä ei aina voida kokonaan poistaa riskejä, joita pienetkin pitoisuudet saattavat aiheuttaa aineille herkistyneille.

Yhdysvalloissa kuolee vuosittain noin 2,7 miljoonaa ihmistä eli vuosikymmenessä kuolee noin 27 miljoonaa ihmistä. Todennäköisyys

$\frac{1}{10000000}$  tarkoittaa, että ko. syyhyn kuolee 2–3 yhdysvaltalaista vuosikymmenessä.

## 9.20

a) Tehtävän laatija sai seuraavan tilaston.

Silmäluku	Lukumäärä
1	4
2	3
3	3
4	5
5	6
6	3

Huomaa, että vaikka jokainen silmäluku on yhtä todennäköinen, lyhyessä koesarjassa eri silmälukujen osuus voi vaihdella paljon.

Nopanheiton simulointi voi tapahtua CAS-laskimella esimerkiksi komennolla `Satunnaisluku(1, 6)` tai `randInt(1, 6)`.

b) Tehtävän laatija sai yhdeksän kertaa summan 8. Nopan heittoa simuloitiin yhteensä 50 kertaa.

Lasketaan tapahtuman ”summa oli 8” todennäköisyys.

$$P(\text{summa oli } 8) = \frac{9}{50} = 0,18$$

Klassisen todennäköisyyden mukaan todellinen todennäköisyys on 0,14.

## 9.21

- a) Neulan pituus on  $b = 3,0$  (cm) ja viivojen väli  $a = 5,0$  (cm).

Lasketaan todennäköisyys, että neula koskettaa viivaa.

$$P(\text{neula koskettaa viivaa}) = \frac{2b}{\pi a} = \frac{2 \cdot 3,0}{\pi \cdot 5,0} \approx 0,38$$

- b) Neulan pituus on  $b = 5,0$  (cm) ja viivojen väli  $a = 10,0$  (cm).

Merkitään  $\pi$ :n arvoa kirjaimella  $x$ .

Todennäköisyys, että neula koskettaa viivaa, on

$$\frac{2b}{\pi a} = \frac{2 \cdot 5,0}{x \cdot 10,0}.$$

Toisaalta Annen 100 heiton sarjassa neula kosketti viivaa 31 heitolla. Tämän perusteella todennäköisyys, että neula koskettaa viivaa on

$$\frac{31}{100}.$$

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan  $\pi$ :n likiarvo.

$$\frac{2 \cdot 5,0}{x \cdot 10,0} = \frac{31}{100} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$x \approx 3,23$$

Siis  $\pi \approx 3,23$ .

- c) Neulan pituus on  $b = 5,0$  (cm) ja viivojen väli  $a = 6,0$  (cm).

Merkitään  $\pi$ :n arvoa kirjaimella  $x$ .

Todennäköisyys, että neula koskettaa viivaa, on

$$\frac{2b}{\pi a} = \frac{2 \cdot 5,0}{x \cdot 6,0}.$$

Toisaalta Lazzarinin kokeen 3408 heiton sarjassa neula kosketti viivaa 1808 heitolla. Tämän perusteella todennäköisyys, että neula koskettaa viivaa on

$$\frac{1808}{3408}.$$

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan  $\pi$  :n likiarvo.

$$\frac{2 \cdot 5,0}{x \cdot 6,0} = \frac{1808}{3408}$$

$$x \approx 3,14$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

Siis  $\pi \approx 3,14$ .

### Vastaus

a) 0,38

b)  $\pi = 3,23$

c)  $\pi = 3,14$